Tik-76.123 Algoritmien suunnittelu ja analyysi

Harjoitus 8

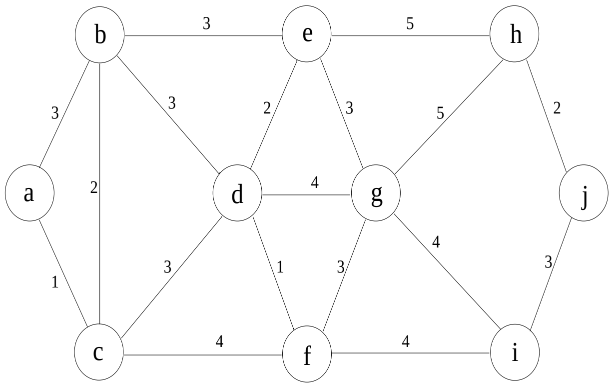
1. On annettu positiivisia kokonaislukuja sisältävä kolmiomatriisi (rivillä 1 on 1 luku, rivillä 2 on 2 lukua, ..., ja viimeisellä rivillä k on k lukua). Tarkastellaan k:n luvun jonoja, jotka on muodostettu matriisin luvuista valitsemalla yksi luku kultakin riviltä seuraavilla säännöillä: Jonon ensimmäinen luku on rivin 1 ainut luku. Jos riviltä i ($1 \leq i \leq k-1$) on valittu sarakkeessa j oleva luku, riviltä $i+1$ voi valita luvun joko sarakkeesta j tai $j+1$. Tehtävänä on etsiä näin valituista lukujonoista se, jonka lukujen summa on pienin. Tee algoritmi, joka ratkaisee tehtävän. Mikä on algoritmisi aikavaatimus?

2. Säännöllisen 8-kulmion kunkin sivun pituus on 1. Etsi kuvion optimaalinen kolmiointi luennoilla esitetyllä menetelmällä. (Kolmiointi on optimaalinen, jos kolmioiden sivujen pituuksien summa on mahdollisimman pieni.)

3. Alla oleva lauseesta seuraa, että verkon minimaalinen viritävä puu voidaan laskea ahneella algoritmilla. Todista lause.

   Lause. Olkoon $G = (V, E)$ verkko, ja $\{ (V_1, E_1), \ldots, (V_k, E_k) \}$ metsä, joka virittää G:n. Olkoon (u, v) painoltaan pienin sellainen verkon kaari, että $u \in V_1$ mutta $v \notin V_1$. Silloin kaikkien verkon sellaisten virittävien puiden joukossa, jotka sisältävät joukon $\cup_{j=1}^{k} E_j$ kaaret, on minimaalinen virittävä puu, joka sisältää kaaren (u, v).

4. Alla olevalla verkolla on kaksitoista erilaista minimaalista virittävää puuta. Piirrä kaksi niistä.



5. Selvitä askeleittain, miten Primin algoritmi löytää tehtävän 4 verkon minimaalisen virittävän puun.