Tik-76.123 Algoritmien suunnittelu ja analyysi

Harjoitus 7

1. Kokonaisluvut $1 \ldots 45$ on talletettu taulukkoon seuraavassa järjestyksessä:

   $$1, 45, 2, 44, 3, 43, \ldots, 25, 22, 24, 23.$$

   Modifioidaan luennoilla esitettyä mediaanin etsimisalgoritmia siten, että korkeintaan viisialkioisen joukon mediaani etsitään suoraviivaisesti. Selvitä askeleittain, miten yllä olevan lukujonon mediaani löytyy modifioidulla algoritmilla.

2. Modifioidaan Strassenin matriisikertolaskualgoritmia siten, että vasta 1×1-matriisien tulo lasketaan suoraviivaisesti. Selvitä, miten matriisitulo

   $$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$$

   lasketaan modifioidulla algoritmilla.

3. Modifioidaan luennoilla esitettyä mediaanin etsimisalgoritmia siten, että sarana-alkioksi valitaan mediaanien mediaanin sijaan aina lukujonon viimeinen alkio (kuten pikajärjestämisalgoritmissa). Mikä on modifioidun algoritmin aikavaatimus pahimmassa tapauksessa? Minkä arvelet olevan algoritmin keskimääräisen aikavaativuuden (epätäsmällinen perustelu riittää tässä)?

4. On annettu n kpl pysty- ja vaakasuoria janoja tasossa. Suunnittele algoritmi, joka luettelee janojen leikkaukset. Algoritmi saa vaatia ajan $O(k + n \log n)$, missä k on leikkausten määrä.

5. Tee pyyhkäisyviiva-algoritmi, joka laskee tason pistejoukon konveksin peitteen ajassa $O(n \log n)$ (n on pisteiden lukumäärä).