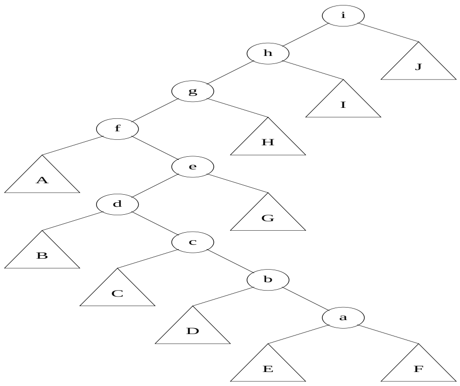
Tik-76.123 Algoritmien suunnittelu ja analyysi

Harjoitus 5

1. Kirjoita algoritmit, jotka toteuttavat mukautuvien puiden (splay-puut) operaatiot Jäsen (member), Lisääalkio, Poista-alkio, Jaa ja Liitä. Käytä hyväksesi (muualla määriteltyä) Splay-operaatiota. Kukin operaatio saa vaatia ajan $c_1 \cdot$ (splay-operaation aikavaatimus) $+ c_2$, jossa c_1 ja c_2 ovat vakioita.

2. Selvitä piirrosten avulla vaiheittain, miten alla oleva mukautuva puu muuttuu, kun puuhun kohdistetaan operaatio Jäsen(a).



3. Osoita, että lisäämällä n alkiota aluksi tyhjään mukautuvaan puuhun voidaan saada puu, jossa Jäsen-operaatio vaatii ajan $\Theta(n)$.

4. Vertaa AVL-puita, kaksivärisiä puita (puna-mustat puut) ja mukautuvia puita keskenään, kun suoritettavana on jono kortisto- eli sanakirjaoperaatioita Jäsen, Liitäalkio ja Poista-alkio. Tutki ainakin seuraavia asioita: operaatioiden aikavaatimus pahimmassa tapauksessa, operaatioitten tasoitettu aikavaatimus, tarvittavien kiertojen määrä eri operaatioitten yhteydessä ja rakenteiden muistitilan tarve.

5. Osoita, että splay-operaatiossa alla esitetty kierto voidaan suorittaa siten, että $3(\mu'(x) - \mu(x))$ kustannusyksikköä riittää operaation suorittamiseen ja kustannusinvariantin (kuhunkin puun solmuun x liittyy vähintään $\mu(x)$ kustannusyksikköä) ylläpitämiseen.