Tik-76.123 Algoritmien suunnittelu ja analyysi

Harjoitus 4

1. Osoita, että pikajärjestämisalgoritmi vaatii pahimmassa tapauksessa ajan $\Theta(n^2)$

2. Pinoon kohdistetaan jono tavanomaisia alkion liittämisoperaatioita (`push(x)`) ja erikoisia poisto-operaatioita `multipop(k)`, jotka poistavat pinon huipulta k alkiota (jos pinossa on vähemmän kuin k alkiota, operaatio tyhjentää pinon). Analysoi operaatioiden tasoitettu aikavaatimus.

3. Dynaaminen taulukko on toteutettu siten, että taulukon ollessa täysi lisäysoperaatio varaa uuden kooltaan kaksinkertaisen taulukon, kopioi vanhan taulukon sisällön uuteen ja lisää uuden alkion uuteen taulukkoon. Lisäysoperaatio on siis luennoilla esitetyn kaltainen. Poisto-operaatio on toteutettu lisäysoperaation käänteisoperaationa: jos alkion poiston jälkeen taulukkossa on vain puolet paikoista varattu, operaatio varaa uuden taulukon, kooltaan puolet vanhasta, ja kopioi vanhan taulukon sisällön uuteen. Alkion lisääminen ja poistaminen ilman kopiointia vaativat ajan $O(1)$ ja yhden alkion kopiointi ajan $O(1)$. Rakenteeseen kohdistetaan jono lisäyksiä ja poistoja. Analysoi operaatioiden tasoitettu aikavaatimus.

4. Binääriluku on talletettu taulukkoon, yksi bitti kuhunkin taulukon alkioon. Lukuun kohdistetaan jono operaatioita, joista kukin kasvattaa lukua yhdellä. Suunnittele algoritmi, joka toteuttaa operaation ja vaatii pahimmassa tapauksessa ajan $O(k)$ (k on luvun ykkösbittien määrä). Jos n operaatiota kohdistetaan alussa nollan sisältävään taulukkoon, tulee operaatiojonon aikavaatimuuden olla $O(n)$. Perustele tasoitetulla vaatimusanalyysillä, että algoritmisi täyttää jälkimmäisen ehdon.