Tik-76.123 Algoritmien suunnittelu ja analyysi

Harjoitus 3

1. a) Osoita, että suunnatussa verkossa on sykli silloin ja vain silloin, kun syvyyssuuntaisessa etsinnässä löytyy takautuva kaari.

   b) Kirjoita algoritmi, joka testaa, onko annettu suunnattu verkko syklitön.

2. Osittaisjärjestys joukossa A voidaan esittää suunnattuna verkkona siten, että alkio a edeltää alkiota b, $a, b \in A$, jos ja vain jos verkossa on kaari (a, b). Kirjoita algoritmi, joka tulosta A :n alkiot seuraavasti: Mikäli alkio a edeltää alkiota b annetussa osittaisjärjestyksessä, niin b tulostuu ennen a:ta.

3. Binäärihaku on toteutettu rekursiivisella proseduurilla. Kirjoita algoritmin aikavaatimusta kuvaava rekursioyhtälö ja ratkaise se.

4. Hajoita- ja hallitse -algoritmissa suuret ongelmat ratkaistaan jakamalla ne kahteen yhtäsuureen osaan, ratkaisemalla osaongelmat erikseen ja yhdistämällä osaratkaisut koko ongelman ratkaisuiksi. Hyvin pienen ongelman ratkaiseminen vaatii ajan $O(1)$, ongelman jakaminen vaatii ajan $O(1)$ ja osaratkaisujen yhdistäminen ajan $O(n \log n)$. Analysoi algoritmin pahimman tapauksen aikavaatimus.

5. Eräässä algoritmissa (lineaarisen taso-ohjelman ratkaiseminen) suuret ongelmat ratkaistaan jakamalla ne kahteen yhtäsuureen osaan. Osista tarvitsee ratkaista rekursiivisesti vain toinen. Jakaminen vie ajan $O(n)$ ja pienten tapausten ratkaiseminen ajan $O(1)$. Mikä on algoritmin pahimman tapauksen aikavaatimus?